**ΗΥ200 ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ**

Καθηγήτρια: Τσομπανοπούλου Γιώτα

Τμήμα Α

**QUIZ #1**

Λύση Γραμμικών Εξισώσεων

**Χιδερίδης Μανδαρής Τάσος**

**ΑΕΜ**: 402 - **Α.Μ.:** 1704009

Βόλος 18/03/2010

**Άσκηση 1:**

Α  Χ  = Β 

Για να δημιουργήσω τον άνω τριγωνικό πίνακα που θέλουμε για την απαλοιφή Gauss πολλαπλασιάζω με 64 και διαιρώ με 25 την πρώτη γραμμή. Άρα έχω:

 =12.8 =2.56 =273,408

Αυτά τα αφαιρώ από την 2η γραμμή του πίνακα και έχω:

0 8-12,8=-4,8 1-2,56=-1,56 177,2-273,408=279,2

Άρα είμαστε στο:

=

Τώρα πολλαπλασιάζω με 144 και διαιρώ με 25 την 1η γραμμή και έχω:

   

Το αποτέλεσμα το αφαιρώ από την 3η γραμμή και έχω:

144-144=0 12-28,8=-16,8 1-5,76=-4,76 279,2-615,168=-335,968

Άρα έχουμε:



Για να δημιουργήσουμε τον άνω τριγωνικό πίνακα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε με -16,8 και να διαιρέσουμε με -4,8 την 2η γραμμή:

  

Αφαιρώ αυτά τα αποτελέσματα από την 3η σειρά και έχω:

0 0 -4,76-(-5,46)=0,7 -335,968-(-336,728)=0,76

Άρα ο τελικός μας πίνακας είναι:



**Βήμα 3ο**

Για να λύσω το 3ο βήμα της πίσω αντικατάστασης χρησιμοποιώ τα α3 και α2 που έχουμε ήδη βρει και κάνω αντικατάσταση στην 1η σχέση:

25α1 + 5α2 + α3 = 106,8



α1 = 0.2904716

και έχουμε συνολικά 

**Άσκηση 2**

Η σωστή απάντηση είναι η Β.

Ο αλγόριθμος LU παραγοντοποίησης ενός πίνακα Α είναι υπολογιστικά ταχύτερος από τον κλασσικό αλγόριθμο απαλοιφής Gauss για την λύση πολλών συστημάτων με διαφορετικά δεύτερα μέρη. Αυτό γίνεται γιατί με την LU βρίσκουμε τον πρώτο πίνακα μια φορά και τον χρησιμοποιούμε μόνο κάθε φορά με το διαφορετικό 2ο μέρος. Η μέθοδος Gauss βρίσκει κάθε φορά και τον πρώτο πίνακα με αποτέλεσμα να χουμε μεγαλύτερο συνολικό κόστος.

**Άσκηση 3**

Έχουμε τους πίνακες:

P



Κάνω κλασσική μέθοδο απαλοιφής Gauss και για να μηδενίσω το 10 της 2ης σειράς έχω:



Θέλω να μηδενίσω το 8 οπότε πολλαπλασιάζω με 8/25 την 1η σειρά και έχω:

    0 0

Αφαιρώ από την 3η σειρά και έχω τους τελικούς πίνακες:



Πρέπει να μηδενίσω και το 10.4 οπότε κάνω το επόμενο βήμα της Gauss και πολλαπλασιάζω όλα τα στοιχεία της 2η σειράς με 1.733333 (10,4/6) και το αποτέλεσμα το αφαιρώ από την 3η σειρά. Άρα καταλήγω στους πίνακες:

U R



Έχοντας βρει τον πίνακα U, για να βρούμε τον L έχουμε:

U=RA

R^(-1)U=A

L=R^(-1)

Παίρνουμε τον R και κάνουμε απαλοιφή Gauss με τον P:



Μετά τις πράξεις της πρώτης στήλης με σκοπό να μηδενίσουμε το -0.4 και το 0.37332 έχουμε:



Κάνοντας τα ίδια και για την 2η στήλη χρησιμοποιώντας ως αρχικούς αριθμούς αυτούς της 2ης σειράς καταλήγω στα:

I L



Άρα η σωστή απάντηση είναι το Α.

**Άσκηση 4**

Για να βρούμε τον U κάνουμε Gauss απαλοιφή στον πίνακα που έχουμε μαζί με τον P.

Το μόνο που μένει για να τελειώσει η απαλοιφή είναι να μηδενίσουμε το 2ο στοιχείο της 3ης σειράς. Αφού κάνουμε τις πράξεις, ο πίνακας που μας μένει είναι ο U.

Η σωστή απάντηση είναι η C μιας και οι 2 σειρές μένουν χωρίς αλλαγές και τις έχουμε ήδη από τον αρχικό πίνακα.

**Άσκηση 5**

Η LU μέθοδος βρίσκει μια φορά τον πίνακα και κάνεις τις απαραίτητες πράξεις με αυτόν και τα 2α μέρη και παίρνει 15 δευτερόλεπτα. Η Gauss κάθε φορά χρειάζεται να ξαναβρεί τον πρώτο πίνακα. Αν αυτό γίνει για 2000 πίνακες ξανά ο χρόνος είναι:

15x2000 = 30000

Σωστή απάντηση η D

**Άσκηση 6**

Οι σωστές απαντήσεις είναι οι 2,3,4.

**Άσκηση 7**

Η σωστή απάντηση είναι η B.

**Άσκηση 8**

Ο σκοπός της εμπρός απαλοιφής των βημάτων της απαλοιφής του Gauss είναι η ελάττωση του πίνακα συντελεστών σε ένα **άνω τριγωνικό** πίνακα.

**Άσκηση 9**

Η σωστή απάντηση είναι η C.

**Άσκηση 10**

Έχουμε να λύσουμε Gauss απαλοιφή στο παρακάτω σύστημα:



Πολλαπλασιάζουμε την 1η σειρά με 6.239/0.0030 λαμβάνοντας υπόψη ότι χρησιμοποιούμε ακρίβεια 4ων σημαντικών ψηφίων με αποκοπή.

  

Αφαιρώ τα αποτελέσματα αυτά από την 2η σειρά και έχω σαν 2η πλέον:

0 -114852,86 -120822,99

άρα 



Άρα η σωστή απάντηση είναι η Β.

**Άσκηση 11**

Με την μέθοδο απαλοιφής Gauss με χρήση μερικής οδήγησης κοιτάμε πού βρίσκεται το μεγαλύτερο στοιχείο της στήλης 1 και αφού είναι στην 2η σειρά αλλάζουμε την 1η σειρά με την 2η. Μετά κάνουμε κανονικά την μέθοδο όπως την ξέρουμε μη ξεχνώντας ότι χρησιμοποιούμε ακρίβεια 4 σημαντικών ψηφίων με αποκοπή.

Πολλαπλασιάζουμε και διαιρούμε την 1η πλέον γραμμή με 0.0030/6,239

  

Τα αποτελέσματα αυτά τα αφαιρούμε από την 2η γραμμή του πίνακα και έχουμε:

0 55.23 58,098

Άρα 

και 

H σωστή απάντηση είναι η Β.

**Άσκηση 12**

Από τη στιγμή που κάναμε την μέθοδο απαλοιφής Gauss στον αρχικό πίνακα και έχουμε καταλήξει σε έναν άνω τριγωνικό πίνακα έχουμε det(A)=det(B).

Άρα αντί να βρούμε την ορίζουσα του πρώτου πίνακα βρίσκουμε την ορίζουσα του 2ου.





+ 0 - 0 = 

Άρα η σωστή απάντηση είναι η D.

**Άσκηση 13**

Η λύση της άσκηση 13 είναι ίδια ακριβώς με την λύση της άσκησης 1 που έχουμε πιο πάνω.

**Άσκηση 14**

Έχουμε τους πίνακες:



Πολλαπλασιάζω τα στοιχεία της 2ης σειράς με -3 και διαιρώ με 20 και έχω:

   

Αφαιρώντας αυτά από την 2η σειρά έχω:

0 0,001 8,5 8,501

Πολλαπλασιάζω την 1η με 5 και διαιρώ με 20 και έχω:

   

Αφαιρώ τα αποτελέσματα από την 3η σειρά και έχω:

0 -2,75 0,5 -2,25

Άρα οι πίνακες μου είναι τώρα:



Πολλαπλασιάζω την 2η με -2.75 και διαιρώ με 0,001 και έχω:

 



Αφαιρώ από την 3η σειρά και έχω:

0 0 -4124,5 23375,5







H λύση που βρήκαμε δεν είναι ίδια με την λύση που δίνεται.

**Άσκηση 15**

Με μια πρώτη ματιά η εφαρμογή αυτή της απαλοιφής Gauss δεν διαφέρει καθόλου από την κλασική μέθοδο απαλοιφής που γνωρίζουμε. Στο βήμα 2 και 3 όμως παρατηρούμε την διαφορά που υπάρχει.

Εδώ δεν έχουμε την κλασική μέθοδο απαλοιφής Gauss αλλά χρησιμοποιούμε **ολική οδήγηση**. Κατά την ολική οδήγηση πριν εφαρμόσουμε την μέθοδο που γνωρίζουμε για τον μηδενισμό των στοιχείων ορισμένων στηλών, κοιτάμε τις απόλυτες τιμές των στοιχείων της στήλης, και εναλάσσουμε την σειρά με την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, με την σειρά που βρισκόμαστε.

Ξεκινώντας δηλαδή ελέγχουμε την πρώτη στήλη. Μεγαλύτερη απόλυτη τιμή είναι το 20 οπότε για αυτό και δεν παρατηρούμε καμιά αλλαγή στις σειρές. Συνεχίζεται η κλασική μέθοδος Gauss κανονικά.

Στο βήμα 2 τώρα που θέλουμε να μηδενίσουμε το στοιχείο της 3ης σειράς, ελέγχουμε τις απόλυτες τιμές των στοιχείων της 2η στήλης από την 2η σειρά και κάτω. Το |-2,75| είναι μεγαλύτερο από το |0,001| οπότε η 2η και η 3η σειρά αλλάζουν μεταξύ τους. Και συνεχίζουμε την κλασική μέθοδο κανονικά.

Αφού τελειώσουμε με τον πίνακα κάνουμε πίσω αντικατάσταση και βρίσκουμε κανονικά τα x1,x2,x3.

**Άσκηση 16**

Έχουμε το δευτεροβάθμιο πολυώνυμο:



Αν αντικαταστήσουμε τις τιμές του t που παίρνουμε από τον πίνακα και της αντίστοιχης v(t) τιμής, τότε παίρνουμε 6 εξισώσεις.



Έχουμε 3 αγνώστους, οπότε χρησιμοποιώντας συνδυασμούς τριών από τις εξισώσεις αυτές μπορούμε να βρούμε τις τιμές του a,b,c.

Άρα συνδυασμοί των εξισώσεων αυτών είναι στα **B,C,D.**

**Άσκηση 17**

Η λύση που υπάρχει στο παράδειγμα της άσκησης 15 είναι με βάση αυτό ακριβώς το κριτήριο. Σε κάθε βήμα ελέγχει το μέγιστο των απολύτων τιμών της στήλης και αλλάζει τις σειρές μεταξύ τους. Αν το μέγιστο είναι στην πρώτη σειρά δεν έχουμε αλλαγή.

Άρα η λύση της 17 είναι η λύση της 15.

**Άσκηση 18**

Χρησιμοποιώντας το 1ο θεώρημα μπορούμε να κάνουμε μέρος της απαλοιφής Gauss στον αρχικό μας πίνακα και όταν δημιουργήσουμε τον άνω τριγωνικό να βρούμε την det(Β). Λόγω του θεωρήματος det(A)=det(B)

Έχω 

Πολλαπλασιάζω την πρώτη σειρά με -3/10

  0

Αφαιρώ από την 2η και έχω

0 -0.001 6

Πολλαπλασιάζω την 1η με 5/10:

  0

Αφαιρώ από την 3η και έχω:

0 -4.5 5

Άρα ο πίνακας που προκύπτει είναι:



Πολλαπλασιάζω την 2η σειρά με -4,5/-0,001 και έχω:

 

Αφαιρώ από την 3η και έχω:

0 0 -26995

Άρα ο τελικός μας πίνακας είναι:



Η det είναι ευκολότερη να βρεθεί τώρα λόγω των περισσότερων μηδενικών και έχουμε:

det(B)=det(A)=269.95